АКАДЕМИЯ НАУК СССР
СИБИРСКОЕ ОТДЕЛЕНИЕ
Институт леса и древесины им. В. Н. Сукачева

ОХРАНА ЛЕСНЫХ РЕСУРСОВ СИБИРИ

Красноярск, 1975

В книге публикуются материалы координационного совещания по изучению природы лесных пожаров, состоявшегося 1—5 апреля 1974 г. в Институте леса и древесины им. В. Н. Сукачева СО АН СССР. Доклады, прочитанные на совещании, содержат данные оригинальных исследований, которые публикуются впервые. В них освещаются вопросы организации охраны лесов, возникновения и распространения пожаров, физики и химии горения лесных горючих материалов, влияния пожаров на лес, а также обзор статей, опубликованных в журнале «Лесное хозяйство» за 1974 г.

Книга рассчитана на научных и инженерно-технических работников лесного хозяйства и лесной промышленности, на студентов и аспирантов, специализирующихся в области лесоведения, лесоводства и лесной ботаники.

Ответственный редактор
профессор, доктор с.-х. наук **Н. П. Курбатский**

USSR ACADEMY OF SCIENCES
SIBERIAN BRANCH
The Sukachev Institute of Forest and Wood

THE GUARDING OF SIBERIA FOREST RESOURCES

KRASNOYARSK 1975

Курбатский Н. П. Исследование количества и свойств лесных горючих материалов. — В сб.: «Вопросы лесной пирологии», Красноярск, 1970, с. 5—58. (Ин-т леса и древесины СО АН СССР).
Мелехов И. С. Опыт изучения пожаров в лесах севера. Архангельск, 1939, с. 5—38 (АЛТИ).
Молчанов А. А. и **Преображенский И. Ф.** Леса и лесное хозяйство Архангельской области. М., Изд-во АН СССР, 1957, с. 105—114.
Нестеров В. Г. Горимость леса и методы ее определения. М.-Л., Гослесбумиздат, 1949, с. 7—36.
Орлов А. И. Суточные изменения влажности напочвенного покрова. — «Лесное хозяйство», 1974, № 3, с. 65—67.
Серебренников П. П. и **Матренинский В. В.** Лесные пожары и борьба с ними. Л., Гослестехиздат, 1937, с. 34—51.
Сныткин В. Г. Определение пожарной опасности в Тимирязевском леспромхозе. — «Лесное хозяйство», 1964, № 1, с. 49—51.
Софронов М. А. Лесные пожары в горах Южной Сибири. М., «Наука», 1967, с. 42—60.

О. Ю. Воробьев

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ВЕРОЯТНОСТЕЙ РАСПРОСТРАНЕНИЯ ГОРЕНИЯ И ОЦЕНКА РАЗВИТИЯ СРЕДНИХ КОНТУРОВ ЛЕСНОГО ПОЖАРА

(Ин-т физики СО АН СССР)

В первой части данной работы рассматривается метод экспертных оценок вероятностей распространения огня и их зависимость от различных факторов, в которые входят ветер, рельеф, погода, сезонные изменения и пр.

Во второй части предполагается, что вероятности распространения огня заданы, и в этих предположениях рассматривается способ оценки средних контуров лесного пожара и их развития во времени, т. е., по существу, решается математическая сторона задачи прогнозирования распространения лесного пожара.

Определение вероятностей распространения лесного пожара

Введение

При моделировании распространения лесного пожара по конкретной территории возникают задачи, которые связаны с оценкой способности к воспламенению и к передаче огня разнообразных горючих лесных материалов.

Процесс случайного распространения, рассмотренный раньше (Воробьев, 1973) и используемый в качестве вероятностной модели распространения лесного пожара, полностью определяется вероятностями распространения горения, которые и характеризуют способность к воспламенению.

По-видимому, основные усилия должны быть направлены на изучение зависимости вероятностей распространения огня от характеристик лесных объектов. Однако задача осложняется тем, что характеристики леса, меняясь во времени под действием погодных и сезонных факторов, влекут изменение вероятностей распространения огня. Таким образом, в число факторов, которые нужно учитывать при оценке этих вероятностей, помимо характеристик горючих материалов, необходимо включить метеоусловия, сезонные условия, а также и рельеф рассматриваемой территории.

Отметим некоторые особенности оценки вероятностей распространения огня. Вообще говоря, эти вероятности могут быть оценены экспериментально для всех возможных условий. Подобные эксперименты уже проводились сотрудниками Института леса и древесины СО АН СССР. Но для получения достоверной информации потребуется провести огромное количество совершенно уникальных экспериментов. В то же время сейчас накоплен обширный статистический материал и существуют методы вычисления так называемого индекса пожарной опасности. Это позволяет сделать вывод, что наиболее эффективным в настоящее время является построение зависимости вероятностей распространения огня от различных лесных характеристик, метеоусловий, сезонных условий и рельефа на основе оценок, которые могут провести специалисты-эксперты по накопленным статистическим данным.

В данной работе предлагается метод экспертных оценок зависимости вероятностей распространения огня от разнообразных факторов.

Прежде всего отметим два принципа, которым должен удовлетворять предлагаемый метод.

Во-первых, необходимо представить событие, заключающееся в распространении огня при лесном пожаре, в виде последовательно осуществляемых событий, вероятности которых могут быть оценены на основе имеющихся статистических данных.

Во-вторых, с точки зрения эффективности расчетов, проводимых по экспертным оценкам, важно так построить алгоритм вычисления вероятностей распространения огня, чтобы влияние постоянных факторов на вероятности было определено лишь однажды, а всякий раз пересчитывалось бы только влияние переменных факторов: погоды, ветра и пр.

Представление распространения огня в виде последовательного осуществления двух событий

Рассмотрим некоторую лесную территорию, на которой имеется очаг пожара А. Форма очага для нас безразлична. Речь пойдет о распространении огня из очага А на некоторый участок В этой же территории.

Статистические данные о лесных участках (выделах) и пожарах на них характеризуют степень «готовности» этих участков к воспламенению, которая, вообще говоря, пропорциональна вероятности воспламенения при условии, что данный участок леса находится в зоне влияния очага пожара.

Это наводит на мысль о представлении распространения огня в виде двух последовательных событий: переход огня из А на В и воспламенение участка В при условии осуществления перехода.

Переход огня — это первая часть распространения, на которую влияют способность очага пожара к передаче огня, ветер и рельеф. Возможно, например, что переход огня осуществится, но участок В после этого не загорится.

Воспламенение участка В после перехода огня — вторая часть распространения, на которую влияет только способность самого участка к воспламенению.

Пусть R — событие, заключающееся в распространении огня из А на В; Т — событие, заключающееся в переходе огня из А на В; F — событие, заключающееся в воспламенении участка В при условии осуществления перехода.

Заметим, что $R \subset T$. Поэтому

$$R = R \cap T. \tag{1}$$

Следовательно,

$$\begin{aligned} Pr\{R\} &= Pr\{R \cap T\} = \\ &= Pr\{T\} Pr\{R/T\} = \\ &= Pr\{T\} Pr\{F\}, \end{aligned} \tag{2}$$

где $Pr\{T\}$ — вероятность перехода огня из А на В, а $Pr\{F\}$ — вероятность воспламенения участка В при условии осуществления перехода.

Таким образом, для оценки вероятности распространения огня достаточно оценить вероятности перехода и воспламенения, которые пропорциональны способности очага к передаче огня и способности участка B к воспламенению.

Пересчет вероятностей распространения огня

Идея пересчета, позволяющая построить более эффективный алгоритм определения вероятностей распространения огня, состоит в следующем.

Допустим, что все факторы, влияющие на распространение огня, можно разбить на две группы: факторы, влияние которых постоянно во времени, и факторы с меняющимся влиянием.

Пусть, кроме того, нам известна зависимость вероятности распространения от постоянных факторов при некотором фиксированном совокупном влиянии y^0 факторов переменных.

Пусть $R_y = R/y$ — событие, состоящее в распространении огня при условии, что переменные факторы оказывают влияние y.

Итак, нам известна вероятность $\Pr\{R_{y^0}\}$. Необходимо найти способ пересчета этой вероятности для произвольного влияния переменных факторов y, т. е. найти вероятность $\Pr\{R_y\}$.

Из формулы полной вероятности следует, что

$$\Pr\{R_y\} = \Pr\{R_{y^0}\}\Pr\{R_y/R_{y^0}\} + (1 - \Pr\{R_{y^0}\})\Pr\{R_y/\overline{R}_{y^0}\}, \qquad (3)$$

где $\overline{R}_{y^0}$ — событие противоположное событию R_{y^0}.

Введя обозначения

$$A(y^0, y) = \Pr\{R_y/R_{y^0}\}, \qquad B(y^0, y) = \Pr\{R_y/\overline{R}_{y^0}\}, \qquad (4)$$

получим формулу

$$\Pr\{R_y\} = \Pr\{R_{y^0}\}A(y^0, y) + (1-\Pr\{R_{y^0}\})B(y^0, y), \qquad (5)$$

которую будем называть формулой пересчета вероятностей распространения огня, а коэффициенты A и B — коэффициентами пересчета.

Что касается этих коэффициентов, то их так же, как и вероятности, необходимо определять на основе экспертных оценок.

Экспертная оценка зависимости вероятности распространения огня от постоянных факторов

В число постоянных факторов входят таксационные характеристики лесных участков: категория земель, тип леса, порода, возраст, полнота и т. д. Каждый из факторов имеет конечное число градаций («порода» — кедр, сосна, пихта, ель, береза и пр.).

Таким образом, требуется определить зависимость вероятности распространения огня от всех возможных комбинаций градаций постоянных факторов.

Уместно отметить, что, хотя мы говорим об оценке вероятности распространения, имеется в виду либо оценка вероятности перехода, либо оценка вероятности воспламенения, а оценка вероятности распространения уже будет получаться как произведение этих двух оценок.

Итак, пусть на каждый лесной участок оказывают влияние N постоянных факторов, которые образуют вектор

$$X = [X_1, X_2, \ldots X_N]. \qquad (6)$$

Каждый из этих факторов имеет G градаций, иначе говоря, компоненты вектора X могут принимать G значений: x_{j_1}, x_{j_2}, ... x_{j_G}, $j = 1, 2, \ldots N$.

Рассмотрим задачу оценки влияния j-того постоянного фактора на некоторое явление W (переход огня или воспламенение).

Нескольким экспертам предлагается сделать следующие оценки.

1. Упорядочить все градации j-того постоянного фактора таким образом

$$x_{js_1}, x_{js_2}, \ldots x_{js_G}, \qquad (7)$$

чтобы

$$\Pr\{W/x_{js_m}\} \geqslant \Pr\{W/x_{js_{m+1}}\}, \qquad (8)$$

где $\Pr\{W/x_{js_m}\}$ — вероятность того, что на лесном участке произойдет явление W при условии, что участок находится под влиянием s_m-той градации j-того постоянного фактора.

2. Приписать каждой градации $x_j{}^s$ убывающие веса $\bar{r}(x_{j_s})$ (уточнить упорядочение, введенное оценкой 1), такие, что

$$0 \leqslant \bar{r}(x_{j_s}) \leqslant 1. \qquad (9)$$

При этом градации с максимальным влиянием на явление W необходимо приписать вес, равный 1, а остальным — веса в сравнении с весом максимальной градации.

После этого, усреднив оценки нескольких экспертов, мы получим для j-того постоянного фактора таблицу:

$$\frac{x_{j1}}{\ddot{r}(x_{j1})} \left| \frac{x_{j2}}{\ddot{r}(x_{j2})} \right| \frac{\dots}{\dots} \left| \frac{x_{jG}}{\ddot{r}(x_{jG}).} \right. \tag{10}$$

Ее можно рассматривать как табличное задание некоторого функционала $\ddot{r}_j$, определенного на множестве B_j (множество градаций j-того постоянного фактора) и переводящего это множество на отрезок числовой оси $[0, 1]$. Проделав ту же работу для каждого из постоянных факторов, мы получим табличное задание вектор-функционала

$$\ddot{r} = [\ddot{r}_1, \ddot{r}_2, \dots \ddot{r}_N], \tag{11}$$

переводящего множество $B_1 \times B_2 \times \dots \times B_N$ на N-мерный единичный куб.

3. Упорядочить все постоянные факторы, приписав им веса из $[0, 1]$ в соответствии со степенью влияния того или иного фактора на явление W. Так же, как и в оценке П, максимальному фактору приписывается вес, равный 1. Пусть эта оценка дает вектор

$$\varepsilon = [\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots \varepsilon_N], \ \varepsilon_j \in [0, 1]. \tag{12}$$

Усреднив оценки нескольких экспертов, мы получим наш вектор-функционал в следующем виде:

$$r = [\varepsilon_1 \ddot{r}_1, \varepsilon_2 \ddot{r}_2, \dots \varepsilon_N \ddot{r}_N]. \tag{13}$$

Будем называть этот вектор-функционал экспертным функционалом, а его значения в N-мерном единичном кубе — экспертными точками.

Таким образом, экспертный функционал ставит в соответствие каждой комбинации градаций постоянных факторов некоторую экспертную точку в N-мерном единичном кубе.

Предполагается, что свойства лесного участка полностью определяются вектором постоянных факторов X (при фиксированных переменных факторах). Поэтому каждому лесному участку, который находится под влиянием некоторой комбинации градаций постоянных факторов

$$x = [x_{1s_1}, x_{2s_2}, \dots x_{Ns_N}] \tag{14}$$

соответствует единственная экспертная точка $r(x)$.

Остается построить на множестве $r(B_1 \times B_2 \times \dots \times B_N)$ (подмножество N-мерного единичного куба) некоторый новый функционал P, который, переводя свою область определения в [0, 1]:

$$r(B_1 \times B_2 \times \ldots \times B_N) \xrightarrow{P} [0, 1], \qquad (15)$$

оценивает искомую вероятность $\Pr\{W\}$.

Способы, с помощью которых можно по известной экспертной точке построить вероятность, разумеется, все будут нести в себе долю произвола. Однако можно сформулировать общее ограничение, которому все эти способы должны удовлетворять. Это ограничение касается монотонности функционала P.

Функционал P, построенный на множестве $r(B_1 \times B_2 \times \ldots \times B_N)$, должен быть неубывающим, т. е., из того факта, что $r \geqslant r'$ должно следовать, что $P(r) \geqslant P(r')$. Здесь под неравенством $r \geqslant r'$ понимается, что для всех $j = 1, 2, \ldots N$ выполнено $r_j \geqslant r_j'$.

Дальнейшее продвижение в построении функционала P невозможно без дополнительных предположений, касающихся свойств этого функционала. Сейчас мы сформулируем одно предположение, основанное прежде всего на соображениях простоты функционала P, которого будет достаточно для построения этого функционала.

Предположение. Функционал P принимает в экспертной точке r значение пропорциональное расстоянию этой точки от минимальной точки множества $r(B_1 \times B_2 \times \ldots \times B_N)$. Под минимальной точкой $r^{\min}$ мы понимаем точку, которая для всех $r \in r(B_1 \times B_2 \times \ldots \times B_N)$ удовлетворяет неравенству $r^{\min} \leqslant r$.

Отметим еще, что весь произвол в выборе функционала P сосредоточен именно в этом предположении.

Таким образом, функционал P можно, например, задавать формулой:

$$P(r) = \left(\sum_{j=1}^{N} (r_j - r_j^{\min})^2 / \sum_{j=1}^{N} (\varepsilon_j - r_j^{\min})^2 \right)^{1/2}. \qquad (16)$$

Максимальное значение, принимаемое этим функционалом, равно 1, и оно достигается в точке $[\varepsilon_1, \varepsilon_2, \ldots, \varepsilon_N]$. Минимальное значение достигается в точке $r^{\min}$.

После построения функционала экспертам предлагается сделать последнюю оценку, которая имеет смысл нормировки.

4. Оценить максимальное значение вероятности $\Pr\{W\}$ при условии, что лесной участок находится под влиянием постоян-

ных факторов, соответствующих экспертной точке $[\varepsilon_1, \varepsilon_2, \ldots \varepsilon_N]$, т. е. вектор постоянных факторов принимает значение, которое оказывает наибольшее влияние на явление W.

Пусть после усреднения оценок нескольких экспертов получена величина Δ, тогда функционал P, вычисленный по формуле

$$P(r) = \Delta \left(\sum_{j=1}^{N} (r_j - r_j^{min})^2 / \sum_{j=1}^{N} (\varepsilon_j - r_j^{min})^2 \right)^{1/2}, \qquad (17)$$

является экспертной оценкой вероятности $Pr\{W\}$.

В заключение необходимо отметить, что свои оценки эксперты проводят в предположении неизменности переменных факторов.

Экспертная оценка коэффициентов пересчета

Рассмотрим формулу (5) и заметим, что зависимость вероятности распространения от переменных факторов определяется коэффициентами пересчета. Следовательно, чтобы оценить эту зависимость, необходимо провести оценку коэффициентов пересчета.

В число переменных факторов входят прежде всего погодные условия: ветер, влажность, температура и пр. Кроме них входит, например, такой фактор, как угол падения солнечных лучей. Каждый из факторов имеет конечное число градаций («ветер» — 0 м/сек, 1 м/сек и т. д.).

Пусть на лесной участок оказывают влияние M переменных факторов, которые образуют вектор

$$Y = [Y_1, Y_2, \ldots Y_M]. \qquad (18)$$

Пусть каждый из этих факторов имеет G градаций, иначе говоря, компоненты вектора Y могут принимать G значений: $y_{j_1}, y_{j_2}, \ldots y_{jG}$, $j = 1, 2, \ldots M$.

Рассмотрим теперь задачу оценки влияния j-того переменного фактора на явление W (переход огня или воспламенение), происходящее на лесном участке.

Нескольким экспертам предлагается сделать первые три оценки предыдущего параграфа, в результате которых получим табличное задание экспертного функционала

$$\rho = [\Theta_1\ddot{\rho}_1, \Theta_2\ddot{\rho}_2, \ldots \Theta_M\ddot{\rho}_M]. \qquad (19)$$

Последний, переводя множество $D_1 \times D_2 \times \ldots \times D_M$ в M-мерный единичный куб, определяет для каждой комбинации градаций

$$y = [y_{1s_1}, \ y_{2s_2}, \ \ldots \ y_{Ms_M}] \tag{20}$$

единственную экспертную точку $\rho(y)$. Здесь D_j — множество градаций j-того переменного фактора.

Обратимся теперь к подробному рассмотрению коэффициентов пересчета $A(y^0, y)$ и $B(y^0, y)$ из формулы (5), которые определяются как условные вероятности $Pr\{W_y/W_{y^0}\}$ и $Pr\{W_y/\bar{W}_{y^0}\}$.

Как уже было отмечено, эти коэффициенты зависят от переменных факторов y. Предположим, что все возможные комбинации градаций переменных факторов (все значения вектора Y) упорядочены в соответствии со степенью их влияния на явление W так, что, если $W_y \subset W_{y'}$, то $y \geqslant y'$.

Отсюда следует, что при $y \geqslant y^0$

$$A(y^0, y) = 1, \tag{21}$$

а при $y \leqslant y^0$

$$B(y^0, y) = 0 \tag{22}$$

Кроме того, отсюда следует, что тогда из всех значений вектора Y можно выбрать такие y^{min} и y^{max}, что для всех y

$$y^{min} \leqslant y \leqslant y^{max}. \tag{23}$$

Предположим, что

$$Pr\{W_{y^{min}}\} = 0, \qquad Pr\{W_{y^{max}}\} = 1, \tag{24}$$

тогда

$$A(y^0, y^{min}) = 0, \qquad B(y^0, y^{max}) = 1 \tag{25}$$

Введем обозначения

$$\begin{cases} \rho^{min} = \rho(y^{min}), \\ \rho^0 = \rho(y^0), \\ \rho^{max} = \rho(y^{max}). \end{cases} \tag{26}$$

Наконец допустим, что коэффициент пересчета $A(y^0, y)$ пропорционален (при $y \leqslant y^0$) расстоянию между экспертными точками $\rho(y)$ и p^{min} в M-мерном единичном кубе; а коэффициент пересчета $B(y^0, y)$ пропорционален (при $y \geqslant y^0$) разности между расстояниями экспертных точек $\rho(y)$ и ρ^0 от экспертной точки ρ^{min} в M-мерном единичном кубе.

На основании этих предположений можно строить различные формулы вычисления коэффициентов пересчета, и, по-видимому, единственным соображением, которым остается руководствоваться в выборе той или иной формулы, является простота вычислений.

Введем обозначения

$$\begin{cases} \varphi(y) = \left(\sum_{j=1}^{M} (\rho_j - \rho_j^{\min})^2\right)^{1/2}, \\ \varphi^0 = \left(\sum_{j=1}^{M} (\rho_j^0 - \rho_j^{\min})^2\right)^{1/2}, \\ \varphi^{\max} = \left(\sum_{j=1}^{M} (\rho_j^{\max} - \rho_j^{\min})^2\right)^{1/2}, \end{cases} \tag{27}$$

в которых формулы для вычисления коэффициентов пересчета выглядят следующим образом:

$$A(y^0, y) = \varphi(y)/\varphi^0, \qquad y \leqslant y^0, \tag{28}$$

$$B(y^0, y) = (\varphi(y) - \varphi^0)/(\varphi^{\max} - \varphi^0), \qquad y \geqslant y^0. \tag{29}$$

Остается учесть (21 и 22), которые основаны на предположении существования упорядоченности на множестве значений вектора переменных факторов Y. Мы будем считать, что отношение порядка на этом множестве таково, что $y \geqslant y'$ эквивалентно $\varphi(y) \geqslant \varphi(y')$. Это предположение очень существенно, так как без него не ясна область применения формул (28 и 29). Теперь же эти формулы с учетом условий (21 и 22) запишутся следующим образом:

$$A(y^0, y) = \frac{1}{2\varphi^0}(\varphi(y) - \varphi^0 - |\varphi(y) - \varphi^0|) + 1, \tag{30}$$

$$B(y^0, y) = \frac{1}{2(\varphi^{\max} - \varphi^0)}(\varphi(y) - \varphi^0 + |\varphi(y) - \varphi^0|), \tag{31}$$

При этом (30) совпадает с (28), когда $\varphi(y) \leqslant \varphi^0$; а (31) совпадает с (29), когда $\varphi(y) \geqslant \varphi^0$.

В заключение заметим, что весь произвол в выборе именно этих формул содержится в предположениях о пропорциональности коэффициентов пересчета соответствующим расстояниям в M-мерном единичном кубе.

Экспертная оценка зависимости вероятности распространения огня от постоянных и переменных факторов

Речь пойдет об окончательной оценке вероятности распространения, которая получается в результате экспертных оценок вероятностей перехода огня и воспламенения и экспертных оценок коэффициентов пересчета для этих вероятностей.

Допустим, что векторы постоянных и переменных факторов, действующих на некоторый лесной участок, принимают значения x и y.

Кроме того, пусть r^W и ρ^W — экспертные функционалы, оценивающие влияние постоянных и переменных факторов на явление W, а $r^W(x)$ и $\rho^W(y)$ — экспертные точки, соответствующие векторам x и y.

Далее, пусть $W_{x,y}$ — событие, состоящее в осуществлении явления W при условиях x и y.

Тогда по формуле (5) имеем

$$\Pr\{W_{x,y}\} = \Pr\{W_{x,y_0}\} A(y^0, y) + (1 - \Pr\{W_{x,y_0}\}) B(y^0, y) \tag{32}$$

С помощью экспертной оценки зависимости вероятности от постоянных факторов получаем:

$$\Pr\{W_{x,y_0}\} = P(r^W(x)), \tag{33}$$

где $P(r^W(x))$ вычисляется по формуле (17).

С помощью экспертной оценки зависимости коэффициентов пересчета от переменных факторов получаем;

$$A(y^0, y) = \frac{1}{2\varphi^0} (\varphi(y) - \varphi^0 - |\varphi(y) - \varphi^0|) + 1, \tag{34}$$

$$B(y^0, y) = \frac{1}{2(\varphi^{max} - \varphi^0)} (\varphi(y) - \varphi^0 + |\varphi(y) - \varphi^0|), \tag{35}$$

где

$$\varphi(y) = \left(\sum_{j=1}^{M} (\rho_j^W - \rho_j^{min})^2 \right)^{1/2}, \tag{36}$$

а

$$\begin{cases} \rho^{min} = \rho^W(y^{min}), \\ \rho^0 = \rho^W(y^0), \\ \rho^{max} = \rho^W(y^{max}). \end{cases} \tag{37}$$

Таким образом, пользуясь формулами (32—37), можно вычислить вероятность перехода огня: $\Pr\{T_{x,y}\}$ — и вероятность воспламенения: $\Pr\{F_{x,y}\}$; а после этого и вероятность распространения огня:

$$\Pr\{R_{x,y}\} = \Pr\{T_{x,y}\} \Pr\{F_{x,y}\}. \tag{38}$$

В заключение необходимо сделать замечание, которое касается обработки оценок нескольких экспертов. В данной работе мы ограничивались фразой об усреднении этих оценок. Это делалось намеренно, так как обработка экспертных оценок нескольких экспертов является самостоятельным и очень интересным вопросом, который требует специального изучения.

Пример экспертной оценки вероятности распространения огня

Воспользуемся экспертными оценками, которые по нашей просьбе любезно согласился проделать профессор Н. П. Курбатский. Эти оценки (полностью они приводятся в приложении) предназначены для лесов Красноярского Приангарья в весенне-летний сезон.

Рассмотрим однородную лесную территорию, т. е. территорию, все участки которой подвергаются одинаковому воздействию как постоянных, так и переменных факторов.

Пусть вектор постоянных факторов для этой территории принимает значение

$$x = [7,\ 6,\ 1,\ 1,\ 3,\ 2,\ 3,\ 2]. \tag{39}$$

Следовательно, тип леса этой территории — высокотравный, категория земель — лесосеки, группа возраста — молодняки, класс возраста — I, полнота — 0,3, порода — сосна, высота подроста — 1,6—3,0 м, густота подроста — удовлетворительная.

Экспертные оценки (см. приложение) проводились в предположении, что вектор переменных факторов имеет значение

$$y^0 = [3,\ 7,\ 7,\ 10]. \tag{40}$$

В нашем же примере мы допустим, что вектор переменных факторов принимает значение

$$y = [6,\ 4,\ 4,\ 4], \tag{41}$$

чтобы продемонстрировать алгоритм пересчета вероятностей.

Сначала рассмотрим расчет вероятностей на основе постоянных факторов. Прежде всего вычислим минимальные экспертные точки для перехода огня и воспламенения

$$\begin{cases} r^T(x^{\min}) = [0,\ 0,\ 0,\ 0,\ 0{,}15,\ 0,\ 0{,}04,\ 0{,}02], \\ r^F(x^{\min}) = [0,\ 0,\ 0.02,\ 0.02,\ 0.08,\ 0,\ 0.08,\ 0.02]. \end{cases} \tag{42}$$

Вычислим экспертные точки, соответствующие значению вектора постоянных факторов (39)

$$\begin{cases} r^T(x) = [0.72,\ 1.00,\ 0.18,\ 0.18,\ 0.24,\ 0.54,\ 0.06,\ 0.16], \\ r^F(x) = [0.56,\ 0.90,\ 0.20,\ 0.20,\ 0.36,\ 0.60,\ 0.09,\ 0.1] \end{cases} \quad (42\,a)$$

Затем, используя (42 и 42 а), а также (17) и экспертные оценки Н. П. Курбатского под номерами II, VI и VII, получим следующие оценки:

$$\Pr\{T_{x,y^0}\} = 0.58, \quad (43)$$

$$\Pr\{F_{x,y^0}\} = 0.62. \quad (44)$$

Таким образом, при переменных условиях y^0 вероятность распространения имеет оценку

$$\Pr\{R_{x,y^0}\} = 0.36. \quad (45)$$

Рассмотрим теперь пересчет вероятностей для переменных факторов у. Для этого вычислим по формулам (26 и 27) значения экспертного функционала пересчета ρ^{min}, ρ^0, ρ^{max}, а также величины $\varphi(y)$, φ^0, φ^{max}

$$\begin{cases} \rho^T(y^{min}) = [0.15,\ 0,\ 0,\ 0], & \rho^F(y^{min}) = [0.15,\ 0,\ 0]. \\ \rho^T(y^0) = [0.45,\ 0.5,\ 0.43,\ 0.5], & \rho^F(y^0) = [0.45,\ 0.43,\ 0.5], \\ \rho^T(y^{max}) = [0.9,\ 1.0,\ 0.9,\ 1.0], & \rho^F(y^{max}) = [0.9,\ 0.9,\ 1.0]. \end{cases} \quad (46)$$

$$\begin{matrix} \varphi_T(y) = 1.21, & \varphi_F(y) = 0.99, \\ \varphi_T{}^0 = 0.88, & \varphi_F{}^0 = 0.73, \\ \varphi_T{}^{max} = 1.83, & \varphi_F{}^{max} = 1.54. \end{matrix} \quad (47)$$

Затем, используя формулы (30 и 31) и экспертные оценки Н. П. Курбатского под номерами III, IV, V, получаем следующие оценки коэффициентов пересчета:

$$A_T(y^0,\ y) = 1, \qquad B_T(y^0,\ y) = 0{,}35, \quad (48)$$

$$A_F(y^0,\ y) = 1, \qquad B_F(y^0,\ y) = 0{,}32. \quad (49)$$

Подставляя полученные коэффициенты пересчета в формулу (5), получаем сначала оценки вероятностей перехода огня и воспламенения, а затем и оценку вероятности распространения

$$\Pr\{R_{x,\,y}\} = 0{,}73 \times 0{,}74 = 0{,}54. \quad (50)$$

Ясно видно, что переменные условия у увеличивают вероятность распространения по сравнению с условиями y^0.

Выводы

Подробно анализируя изложенное, можно заметить, что нигде в данной работе не упоминается расстояние, для которого оценивается распространение огня. Вместе с тем совершенно очевидно, что вероятность распространения огня существенно зависит от расстояния, на которое огонь распространяется; можно сказать больше — эта зависимость обратно-пропорциональная.

Однако дело в том, что в используемой нами вероятностной модели распространения лесного пожара лесная территория считается состоящей из участков, расположенных в узлах плоской квадратной решетки. Кроме того, модель учитывает распространение огня только между соседними участками. Поэтому, хотя расстояние и играет важную роль в оценке вероятности распространения огня, но, так как расстояние между соседними узлами одно и то же, эта роль одинакова для всех рассматриваемых в модели вероятностей распространения огня.

Разумеется, при оценке вероятностей распространения огня эксперт имеет в виду некоторое конкретное расстояние распространения. Следовательно, это «экспертное расстояние», по-видимому, и необходимо ввести в модель для определения реального масштаба распространения лесного пожара.

В заключение отметим, что по рассмотренным в данной работе алгоритмам определения вероятностей распространения огня уже составлены программы на языке АЛГОЛ для ЭВМ «М-222», которые по имеющемуся таксационному описанию лесных участков (кварталов, выделов) и по метеоданным вычисляют все поле вероятностей распространения огня, необходимое для моделирования лесного пожара на конкретной территории.

Эти программы, используемые вместе с программами моделирования и программами вычисления средних контуров лесного пожара (см. ниже), позволяют решать различные вопросы, касающиеся профилактики, прогнозирования и управления лесными пожарами.

Оценка средних контуров лесного пожара по вероятностной модели его распространения

В нашей работе (Воробьев, 1973) рассматривалась вероятностная модель распространения пожара по лесному массиву, который состоит из отдельных участков, расположенных в узлах плоской квадратной решетки. Эта вероятностная модель — процесс случайного распространения (ПСР) — определяется как множество дискретных случайных величин

$$U = \{u_{rt},\ r \in R_2,\ t \in T\}, \tag{1}$$

где R_2 — плоская решетка, T — пространство временного параметра, u_{rt} — дискретная случайная величина, принимающая значения:

$$u_{rt} = \begin{cases} 1, \text{ если участок } r \text{ горит в момент } t, \\ 0, \text{ если участок } r \text{ не горел до момента } t, \\ -1, \text{ если участок } r \text{ сгорел к моменту } t. \end{cases} \tag{2}$$

Кроме того, считается, что вероятностное распределение случайных величин u_{rt} для всех $t \in T$ полностью определяется полем вероятностей распространения

$$\mathbf{p} = \{p(r)\}_{r \in R_2}, \tag{3}$$

где $p(r) = [p_1(r), p_2(r), p_3(r), p_4(r)]$ — вектор вероятностей распространения в узле r ($p_k(r)$ соответствует вероятности распространения огня с участка r на k-тый соседний с ним участок).

В настоящей работе предлагается более общее определение ПСР, которое позволит провести достаточно простую и эффективную оценку средних контуров лесного пожара.

Из определения (1, 2) следует, что состояние ПСР в момент t можно задавать, выделяя два таких подмножества узлов решетки: K_t^1 и K_t^2, что

$$\begin{cases} K_t^1 = \{r : r \in R_2,\ u_{rt} \neq 0\}, \\ K_t^2 = \{r : r \in R_2,\ u_{rt} = -1\}. \end{cases} \tag{4}$$

Ясно, что

$$K_t^1 / K_t^2 = \{r : r \in R_2,\ u_{rt} = 1\}. \tag{5}$$

Таким образом, ПСР можно рассматривать как последовательность пар $[K_t^1, K_t^2]$ для всех $t \in T$. При этом необходимо отметить, что подмножества K_t^1 и K_t^2 имеют, вообще говоря, случайную форму, вероятностные характеристики которой определяются полем вероятностей распространения p.

Более общее определение ПСР, основанное на этом подходе, требует введения строгого понятия, соответствующего нашему интуитивному представлению о «случайном подмножестве узлов» решетки.

Речь идет о случайном множестве, которое можно считать обобщением дискретной случайной величины и «значениями» которого являются (в отличие от последней) не действительные числа, а подмножества узлов решетки.

В этой работе мы ограничимся лишь элементарным эквивалентом определения случайного множества.

Определение. Случайным множеством К называется не более чем счетный набор пар $(B_i, p_i)_{i \in I}$, где B_i — некоторое подмножество узлов решетки, а p_i — вероятность совпадения случайного множества К с подмножеством B_i:

$$p_i = \Pr\{K = B_i\}. \tag{6}$$

Кроме того, потребуем, чтобы

$$\sum_{i \in I} p_i = 1. \tag{7}$$

Вектор — случайным множеством назовем упорядоченный набор случайных множеств

$$\overline{K} = [K^1, K^2, \ldots, K^n]. \tag{8}$$

Понятие случайного множества позволяет нам определить решетчатый случайный процесс, как последовательность случайных множеств. Процесс же случайного распространения определяется как частный случай решетчатого случайного процесса, в котором случайные множества решетчатого процесса должны удовлетворять соотношениям (4). А поскольку, как мы уже отмечали, вероятностное распределение случайных величин u_{rt} полностью определяется полем вероятностей распространения p, то и процесс случайного распространения полностью определяется этим полем.

Основным результатом данной работы является метод оценки среднего контура лесного пожара по вероятностной модели его распространения, или (что то же самое) метод оценки «средних значений» случайных множеств ПСР.

Пусть $\overline{K} = \{\overline{K}_t, t \in T\}$ — процесс случайного распространения. (Ясно, что $\overline{K}_t = [K_t^1, K_t^2]$). Поставим задачу определения «среднего значения» случайных множеств $\overline{K}_t$ для всех $t \in T$.

Совершенно очевидно, что задача, поставленная таким образом, некорректна, поскольку не существует понятия «среднего значения» случайного множества и поэтому от способа задания этого понятия будет зависеть решение самой задачи.

Следовательно, прежде всего нам необходимо условиться о том, какое подмножество узлов решетки мы будем считать «средним значением» случайного множества. Хотелось бы, однако, чтобы вновь вводимое понятие «среднего значения» в определенном смысле было аналогично понятию математического ожидания дискретной случайной величины.

Сначала заметим, что если $|K|$ — есть число узлов в случайном множестве K ($|K|$ — дискретная случайная величина с заданным распределением), то можно говорить о математическом ожидании этой величины: $E|K|$.

Определение. Решетчатым ожиданием случайного множества K будем называть такое подмножество EK, которое удовлетворяет двум условиям:

$$\| EK | - E | K \| = \min_{B} \| B | - E | K \|, \qquad (A)$$

$$E | EK/K | = \min_{B} E | B/K | . \qquad (Б)$$

Первое условие достаточно естественно. Но ему удовлетворяют многие подмножества. Поэтому и необходимо условие Б, позволяющее выбрать из всех подмножеств, которые удовлетворяют условию А, такое подмножество, которое в среднем наименее уклоняется от случайного множества K.

Определенное таким образом решетчатое ожидание случайного множества обладает рядом свойств, аналогичных свойствам математического ожидания случайной величины. Например, для случайной величины ξ и ее математического ожидания $E\xi$ всегда справедливо

$$E(\xi - E\xi) = 0. \qquad (9)$$

Аналогичное свойство выполняется для произвольного случайного множества K и его решетчатого ожидания EK

$$E|K/EK| = E|EK/K| \qquad (10)$$

Остановимся теперь на одном важном свойстве, которое позволяет просто находить решетчатое ожидание произвольного случайного множества.

Введем в рассмотрение вероятность

$$\pi(r) = \Pr\{r \in K\}. \qquad (11)$$

Оказывается, что в решетчатое ожидание EK входят те $E|K|$ узлов решетки, для которых вероятности $\pi(r)$ принимают значения большие, чем у остальных узлов.

На основе этого свойства решетчатого ожидания случайного множества разработаны алгоритм и программа для ЭВМ

«М-222», которые вычисляют оценки решетчатого ожидания случайного множества.

Этот же алгоритм применен для оценки решетчатого ожидания случайных множеств, образующих процесс случайных распространений.

Проведено моделирование ПСР с различными векторами вероятностей распространения и для каждого из процессов оценены решетчатые ожидания случайных множеств, образующих этот процесс.

На рис. 1 показана часть решетки (на которой моделируется ПСР) в том виде, в котором она печатается ЭВМ. На

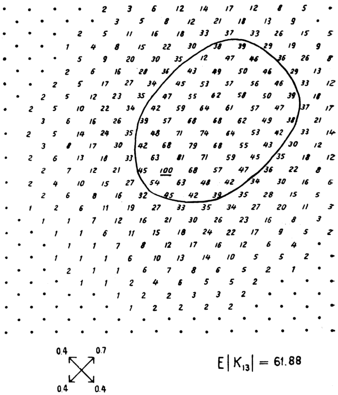

Рис. 1. Часть напечатанной ЭВМ решетки, на которой моделируется ПСР

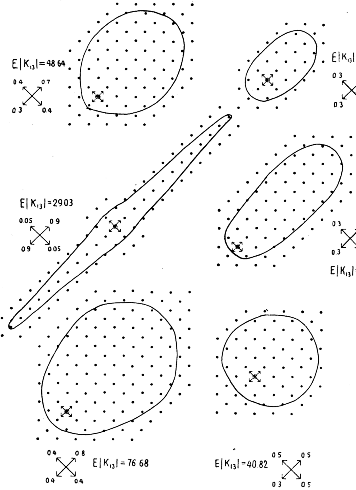

Рис. 2. Решетчатые ожидания для различных ПСР

месте каждого узла r этой решетки печатается величина $\pi(r)$ — вероятность того, что узел r принадлежит случайному множеству K_t $(t = 13)$. Контур решетчатого ожидания EK_t проводился по решетке вручную на основе вычисленного ЭВМ $E|K_t|$.

На рис. 2 показан целый ряд решетчатых ожиданий для различных ПСР.

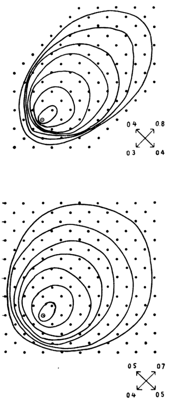

Рис. 3. Последовательности решетчатых ожиданий (= 1, 3, 5, 7, 9, 11 и 13) для различных ПСР

На рис. 3 приведены последовательности решетчатых ожиданий EK_t $(t = 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13)$ для различных ПСР.

В заключение рассмотрим возможные применения предложенного метода оценки средних контуров лесного пожара.

Имеющаяся программа расчета поля вероятностей распространения огня для конкретных лесных территорий (на основе экспертных оценок) и программа вычисления оценок решетчатых ожиданий позволяют моделировать средние контуры пожара и их развитие во времени для различных лесотаксационных условий. Это дает возможность решать различные задачи, касающиеся вопросов индентификации лесных пожаров (т. е. определения или уточнения их параметров). В первую очередь имеются в виду вероятности и скорости распространения пожара по лесному массиву.

Нет необходимости говорить о важности этой задачи, тем более, что до сих пор не существовало удовлетворительных методов расчета зависимости параметров лесных пожаров от всего многообразия существующих условий.

ЭКСПЕРТНЫЕ ОЦЕНКИ ВЕРОЯТНОСТИ РАСПРОСТРАНЕНИЯ ОГНЯ

Леса Красноярского края, весенне-летний сезон
(даны Н. П. Курбатским)

I. Постоянные факторы	Номер градации	Оценки: переход огня	Оценки: воспламенение
	1	2	3
X_1 — типы леса			
Зеленомош.-лишайн.	1	0,9	1,0
Бр.-толокн.	2	0,8	0,9
Бр.-зеленомош.	3	0,6	0,8
Яг.-зеленомош.	4	0,9	0,9
Бр.-разнотрав.	5	0,9	0,6
Осч.-разнотрав.	6	0,8	0,4
Высокотравный	7	0,9	0,8
Высокотрав.-зеленомош.	8	0,8	0,0
Богульниково-долгомош.	9	0,1	0,0
Осч.-сфагновый	10	0,05	0,0
Голуб.-зеленомош. — припойм.	11	0,0	0,4
Высокотрав.-хвощевый	12	0,2	0,4
Хвощево-зеленомош.	13	0,1	0,4
Чернично-зеленомош.	14	0,2	0,3
Осч. долгомош.	15	0,05	0,0
Богульниково-сфагновый	16	0,7	0,0
Папоротнико-крупнотрав.	17	0,1	0,0
Травяно-кисличный	18	0,1	0,0
Вейниковый	19	1,0	0,7
Черемшовый	20	0,05	0,0
X_2 — категория земель			
Насаждения естественные	1	0,5	0,6
Насаждения искусственные	2	0,5	0,6
Несомкнувшиеся культуры	3	0,8	0,9
Редины	4	0,7	1,0
Гари	5	0,7	0,9
Лесосеки	6	1,0	0,9
Прогалины	7	0,1	0,8
Пашни	8	0,0	0,0
Сенокосы	9	0,1	0,8
Пастбища	10	0,1	0,2
Воды	11	0,0	0,0
Дороги	12	0,0	0,0
Просеки	13	0,05	0,5
Усадьбы	14	0,7	0,0
Питомники	15	0,0	0,0
Трассы	16	0,0	0,9

	1	2	3
Прочие земли	17	0,0	0,0
Болота	18	0,05	0,0
Пески	19	0,0	0,0
Крутые склоны	20	0,0	0,0
X_3 — группа возраста			
Молодняки 1 кл.	1	0,9	1,0
Молодняки 2 кл.	2	1,0	0,1
Средневозрастные	3	0,6	0,3
Приспевающие	4	0,3	0,7
Спелые	5	0,2	0,9
Перестойные	6	0,0	0,9
X_4 — класс возраста			
I	1	0,9	1,0
II	2	1,0	0,1
III	3	0,9	0,3
IV	4	0,6	0,4
V	5	0,5	0,7
VI	6	0,4	0,9
VII	7	0,2	0,9
VIII	8	0,0	0,9
IX	9	0,0	0,9
X	10	0,0	0,9
XI	11	0,0	0,9
XII	12	0,0	0,9
XIII	13	0,0	0,9
XIV	14	0,0	0,9
XV и выше	15	0,0	0,9
X_5 — полнота			
0.1	1	0,6	1,0
0.2	2	0,7	0,95
0.3	3	0,8	0,9
0.4	4	0,9	0,8
0.5	5	1,0	0,7
0.6	6	0,9	0,6
0.7	7	0,8	0,5
0,8	8	0,7	0,4
0.9	9	0,6	0,3
1.0 и выше	10	0,5	0,2
X_6 — порода			
Кедр	1	1,0	0,9
Сосна	2	0,9	1,0
Лиственница	3	0,6	0,7
Ель	4	0,7	0,6

	1	2	3
Пихта	5	0,8	0,6
Береза	6	0,4	0,8
Осина	7	0,0	0,0
Ива	8	0,7	0,4
Ольховник	9	0,05	0,6
Х$_7$ — высота подроста			
0.0—0.5	1	0,5	0,8
0.6—1.5	2	1,0	1,0
1.6—3.0	3	0,6	0,9
3.1 и выше	4	0,4	0.8
Х$_8$ — густота подроста			
Хорошая	1	1,0	0,1
Удовлетв.	2	0,8	0,5
Слабая	3	0,3	0,8
Неудовлетв.	4	0,1	1,0
II. **Супероценка постоянных факторов**			
Типы леса	1	0,8	0,7
Категория земель	2	1,0	1,0
Группа возраста	3	0,2	0,2
Класс возраста	4	0,2	0,2
Полнота	5	0,3	0,4
Порода	6	0,6	0,6
Высота подроста	7	0,1	0,1
Густота подроста	8	0,2	0,2
III. **Переменные факторы**			
У$_1$ — угол падения солнечных лучей			
0—10	1	0,17	0,17
11—20	2	0,34	0,34
21—30	3	0,5	0,5
31—40	4	0,64	0,64
41—50	5	0,77	0,77
51—60	6	0,87	0,87
61—70	7	0,94	0,94
71—80	8	0,99	0,99
81—90	9	1,0	1,0
У$_2$ — рельеф			
41 и выше	1	1,0	—
36— 40	2	0,9	—
31— 35	3	0,8	—

	1	2	3
26— 30	4	0,7	—
21— 25	5	0,63	—
16— 20	6	0,57	—
—15— +15	7	0,5	—
—16— —20	8	0,43	—
—21— —25	9	0,37	—
—26— —30	10	0,3	—
—31— —35	11	0,2	—
—36— —40	12	0,1	—
—41 и ниже	13	0,0	—
У$_3$ — погода (показатель Нестерова)			
0—1 000	1	0,0	0,0
1 001—2 000	2	0,04	0,04
2 001—3 000	3	0,1	0,1
3 001—4 000	4	0,17	0,17
4 001—5 000	5	0,25	0,25
5 001—6 000	6	0,35	0,35
6 001—7 000	7	0,48	0,48
7 001—8 000	8	0,63	0,63
8 001—9 000	9	0,8	0,8
9 001 и выше	10	1,0	1,0
У$_4$ — ветер			
19 и выше	1	1,0	1,0
17 — 18	2	0,88	0,88
15 — 16	3	0,82	0,82
13 — 14	4	0,75	0,75
11 — 12	5	0,71	0,71
9 — 10	6	0,67	0,67
7 — 8	7	0,63	0,63
5 — 6	8	0,59	0,59
3 — 4	9	0,56	0,56
— 2 — + 2	10	0,5	0,5
— 3 — — 4	11	0,44	0,44
— 5 — — 6	12	0,41	0,41
— 7 — — 8	13	0,37	0,37
— 9 — —10	14	0,33	0,33
—11 — —12	15	0,29	0,29
—13 — —14	16	0,25	0,25
—15 — —16	17	0,19	0,19
—17 — —18	18	0,12	0,12
—19 и ниже	19	0,0	0,0

	1	2	3
IV. **Супероценка переменных факторов**			
Угол падения солнечных лучей	1	0,9	—
Рельеф	2	1,0	—
Погода	3	0,9	—
Ветер	4	1,0	—
V. **Супероценка переменных факторов**			
Угол падения солнечных лучей	1	—	0,9
Погода	2	—	0,9
Ветер	3	—	1,0
VI. **Нормировка вероятности перехода огня**	0,6		
VII. **Нормировка вероятности воспламенения**	0,7		

Литература

Воробьев О. Ю. Математическое описание процессов случайного распространения и управление ими. Изв. СО АН СССР, 1973, № 13, вып. 3, стр. 146—152.

М. З. Мусин

СРАВНЕНИЕ РАСЧЕТНЫХ ПЛОЩАДЕЙ ПОЖАРИЩ С ФАКТИЧЕСКИМИ В ЛЕСАХ КАЗАХСКОГО МЕЛКОСОПОЧНИКА

(КазНИИЛХ)

К числу факторов, определяющих современное состояние лесов мелкосопочника, относятся прежде всего длительное отсутствие в дореволюционную эпоху правильной организации лесного хозяйства, хищнические рубки, частые лесные пожары, вредители и болезни леса, неурегулированная пастьба скота и сенокошение (Лейков, 1915). В настоящее время лесное хозяйство здесь упорядочено. На больших площадях проведено восстановление лесов искусственным путем, регулируется выпас скота и сенокошение, регулярно проводится борьба с лесными вредителями и болезнями.